- ***الحضارة البابلية***

تقدم البابليون عن المصريين القدماء بنظامهم الستيني بمبدأ الترقيم الموقعي وكذلك في حساباتهم المختلفة.. لكنهم اتفقوا جميعا في إيجاد جداول حسابية تسهل عليهم عمليات الحساب وتوفر عليهم الجهد والوقت في إعادة الحساب كلما احتاجوا لذلك.. وقد أشرنا سابقًا أن المصريون القدماء في بردية أحمس وضعوا الجداول لإيجاد الكسر العادي بدلالة الكسور المصرية (كسور الوحدة الواحدة).. أما في ألواح البابليين فنجد أن هناك أكثر من جدول واحد: جداول للضرب وجداول لمعكوس العدد وجداول لرفع الأعداد إلى قوى مختلفة وجذور الأعداد وتربيع الأعداد ومضاعفات العدد.. ولم يحتاج البابليون لوضع جداول في الجمع والطرح فهما عمليتان يسيرتان..

الجدول التالي يوضح تربيع الأعداد..

N	N^2	N	N^2	N	N^2	N	N^2	N	N^2
1	1	11	2,1	21	7,21	31	16,1	41	28,1
2	4	12	2,24	22	8,4	32	17,4	42	29,24
3	9	13	2,49	23	8,49	33	18,9	43	30,49
4	16	14	3,16	24	9,36	34	19,16	44	32,16
5	25	15	3,45	25	10,25	35	20,25	45	33,45
6	36	16	4,16	26	11,16	36	21,36	46	35,16
7	49	17	4,49	27	12,9	37	22,49	47	36,49
8	1,4	18	5,24	28	13,4	38	24,4	48	38,24

9	1,21	19	6,1	29	14,1	39	25,21	49	40,1
10	1,40	20	6,40	30	15,0	40	26,40	50	41,40

♣ الضرب عند البابليين

كانت أقدم ألواح البابليين والتي وجدت في الفرات ويرجع تاريخها إلى ٢٠٠٠ ق.م. تحتوي على جدول تربيع الأعداد من العدد ١ إلى العدد ٥٩ وتكعيب الأعداد من العدد ١ إلى العدد ٣٢.. فمثلا يوجد في اللوح تربيع العدد ١١ بالنظام الستيني كالتالي:

$$11^2 = 1,2$$

$$= 1 + 2 \times 60 = 121$$

عندما أوجد البابليين جداول تربيع الأعداد عبروا عن الضرب بالقاعدتين التاليتين:

$$ab = [(a + b)^2 - a^2 - b^2]/2$$

$$ab = [(a + b)^2 - (a - b)^2]/4$$

ويتضح هنا من القاعدتين أن البابليين لم يحتاجوا لإجراء عملية الضرب سوى مربع الأعداد وبذلك كانت عملية الضرب لديهم أسهل بكثير من المصريين.. فمثلا إذا أراد البابليون إيجاد حاصل ضرب 14 × 26 يكون بالقاعدة الأولى كالتالي:

$$26 \times 14 = [(26 + 14)^2 - 26^2 - 14^2] \div 2$$

$$= [40^2 - 26^2 - 14^2] \div 2$$

$$= [(26,40)_{60} - (11,16)_{60} - (3,16)_{60}] \div 2$$

$$= (12,8)_{60} \div 2$$

$$= (6,4)_{60}.$$

وبالقاعدة الثانية كالتالي:

$$26 \times 14 = [(26 + 14)^2 - (26 - 14)^2] \div 4$$

$$= [40^2 - 12^2] \div 4$$

$$= [(26,40)_{60} - (2,24)_{60}] \div 4$$

$$= (24,16)_{60} \div 4$$

$$= (6,4)_{60} \,.$$

راعى البابليون في الطريقة الثانية أن يكون العدد الأول أكبر من العدد الثاني تفاديا للإشارة السالبة..وبما أن الضرب عملية إبدالية فالنتيجة واحدة..

عبر البابليون أيضا عن الضرب بمضاعفات العدد وأوجد لذلك جداول مضاعفات العدد.. فمثلا عند ضرب 57 × 23 يكون كالتالي:

$$23 \times 57 = 23 \times (50 + 7) = 23 \times 50 + 23 \times 7 = (19,10) + (2,41) = (21,51)$$

ويمكن أن يكون البابليين قد أوجدوا حاصل الضرب بالطريقة التي نستخدمها اليوم بما أن لديهم نظام بمبدأ الترقيم الموقعي.. فمثلا لإيجاد حاصل ضرب (0; 1, 20) × (10, 30; 40) يكون كالتالي:

		10	13	
		10,	30;	40
×		0;	1,	20
	3	30	13	20
+	10	30	40	0
	14;	0,	53,	20

الإشارة ; تمثل الفاصلة الستينية..

♣ القسمة عند البابليين

لم يكن للبابليين طريقة معينة لإجراء عملية القسمة كما كان عند المصريين القدماء.. ولكن عبروا عن الكسر كحاصل ضرب البسط في مقلوب المقام:

$$a/b = a \times (1/b)$$

فأوجدوا لذلك جداول مقلوب الأعداد لتسهيل عملية القسمة.. حسب البابليون مقلوب الأعداد بالنظام الستيني سواء كان لهذا المقلوب تمثيل بحدود منتهية أو كان له تمثيل بحدود غير منتهية.. ويمكن شرح طريقة حساب مقلوب الأعداد بالنظام الستيني كالتالي فمثلا لإيجاد مقلوب العدد ٨ نتبع الخطوات التالية:

$1/8 \times 60 = 60/8$

$= 7 + 4/8$

$= 7 + 1/60\ (4/8 \times 60)$

$= 7 + 1/60\ (240/8)$

$= 7 + 1/60\ (30)$

$= 7 + 30/60$

$1/8 = 7/60 + 30/3600$

$1/8 = 0\ ;\ 7\ ,\ 30$

ولإيجاد مقلوب العدد ٧ نتبع نفس الخطوات السابقة:

$1/7 \times 60 = 60/7$

$= 8 + 4/7$

$= 8 + 1/60\ (4/7 \times 60)$

$= 8 + 1/60\ (240/7)$

$= 8 + 1/60\ (34 + 2/7)$

$= 8 + 34/60 + 1/3600\ (2/7 \times 60)$

$= 8 + 34/60 + 1/3600\ (15 + 1/7)$

$= 8 + 34/60 + 15/3600 + 1/216000\ (1/7 \times 60)$

$1/7 = 8/60 + 34/3600 + 15/216000 + 1/12960000\ (1/7 \times 60)$

$1/7 \sim 0\ ;\ 6\ ,\ 34\ ,\ 15$

نلاحظ هنا أن مقلوب العدد ٨ له تمثيل بالنظام الستيني بحدود منتهية أما مقلوب العدد ٧ له تمثيل بحدود غير منتهية.. يوضح الجدول التالي بعض مقلوب الأعداد بالنظام الستيني التي لها تمثيل بحدود منتهية:

n	1/n
2	0; 30
3	0; 20
4	0; 15
5	0; 12
6	0; 10
8	0; 7, 30
9	0; 6, 40
10	0; 6

12	0; 5
15	0; 4
16	0; 3, 45
18	0; 3, 20
20	0; 3
24	0; 2, 30
25	0; 2, 24
27	0; 2, 13, 20

فعند قسمة العدد ٧ على العد ٨ بالنظام البابلي نحسب حاصل ضرب العدد ٧ في مقلوب العدد ٨ كالتالي:

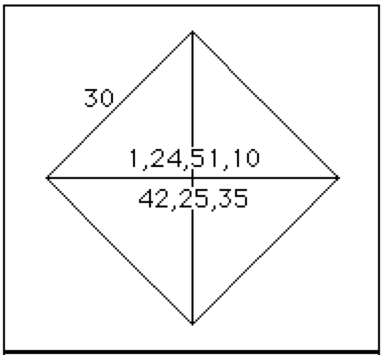
$$\begin{array}{lrrr} & & \overset{3}{} & \\ & 0; & 7, & 30 \\ \times & & & 7 \\ \hline & 0; & 52, & 30 \end{array}$$

♣ البابليون ونظرية فيثاغورس

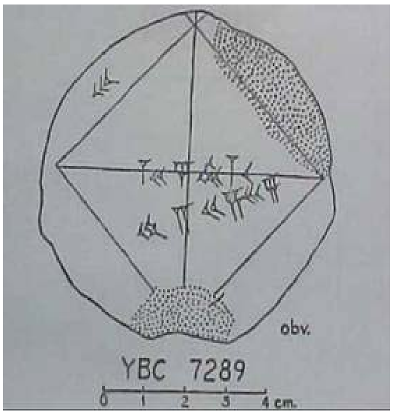
وجد في أربعة ألواح بابلية ترابط يشير إلى نظرية فيثاغورس.. حيث أنه مكتوب في أحد الألواح الموجودة حاليًا في المتحف البريطاني المسألة التالية:

الطول هو 4 والقطر هو 5 فما هو العرض؟
قياسه مجهول..
حاصل ضرب 4 في 4 هو 16
حاصل ضرب 5 في 5 هو 25
نأخذ 16 من 25 يبقى لنا 9
آخذ حاصل ضرب ماذا في ماذا لأحصل على 9؟
حاصل ضرب 3 في 3 هو 9 إذا 3 هو العرض..

وكذلك وجد في لوح محفوظ في جامعة يال Yale (أنظر الصورة التالية) ما يشير إلى أن البابليين كان لديهم استيعاب لنظرية فيثاغورس..



The Yale tablet



الصورة التي من اليمن هي صورة اللوح الأصلي والتي تليها رسم يدوي يوضح ما هو مكتوب على اللوح والتي تليها توضح الأرقام البابلية برموز الأرقام العربية اليوم..

فسر العلماء بأن الرقم 30 الموجود على اللوح يمثل طول ضلع المثلث.. ووجدوا عند تحويل الأرقام البابلية من النظام الستيني إلى النظام العشري أن الرقم 24,51,10 ;1 ما هو إلا الجذر التربيعي للعدد 2 :

$$1;\ 24{,}51{,}10 \ = \ 1.414212963 = \sqrt{2}$$

وهذا يشير إلى دقة حساباتهم في إيجاد الجذر التربيعي للعدد 2 مقرب إلى تسعة خانات عشرية.. واكتشف العلماء أن العدد 42;25,35 هو عبارة عن حاصل ضرب طول ضلع المثلث في الجذر التربيعي للعدد 2:

$$30 \times [\ 1;24{,}51{,}10\ ] \ = \ 42;\ 25{,}35$$

من هنا استنتج العلماء أن البابليين لديهم فهم لحالة خاصة من نظرية فيثاغورس والتي تنص على أن المثلث القائم الزاوية والمتساوي الضلعين يكون القطر فيه مساويًا لحاصل ضرب طول الضلع في الجذر التربيعي للعدد 2..

يعتقد العلماء أن طريقة البابليين في إيجاد الجذر التربيعي للعدد 2 هي تخمين عددين أحدهما يعتقدون أنه أقل من الجذر التربيعي وليكن a والآخر يعتقدون أنه أكبر من الجذر التربيعي وليكن b ثم يقومون بأخذ المتوسط $\frac{a+b}{2}$ .. فإذا كان مربع المتوسط أكبر من العدد 2 يستبدلون العدد b بالمتوسط أما إذا كان مربع المتوسط أقل من العدد 2 يستبدلون العدد a بالمتوسط.. وهكذا يكررون المحاولات.. وكلما زادت المحاولات كلما كانت النتيجة (وهي المتوسط) أقرب لقيمة الجذر التربيعي للعدد 2.. ولمزيد من التوضيح أنظر الجدول التالي:

رقم المحاولة	a	b	(a+b)/2	[(a+b)/2]^2
1	1	2	1.5	> 2
2	1	1.5	1.25	< 2

3	1.25	1.5	1.375	< 2
4	1.375	1.5	1.4375	> 2
5	1.375	1.4375	1.40625	< 2

قام البابليون بتسعة عشر محاولة لإيجاد قيمة الجذر التربيعي للعدد 2 ونلاحظ في الجدول التالي المحاولات بالنظام العشري والنظام الستيني:

محاولة	بالنظام العشري	بالنظام الستيني
1	1.500000000	1;29,59,59
2	1.250000000	1;14,59,59
3	1.375000000	1;22,29,59
4	1.437500000	1;26,14,59
5	1.406250000	1;24,22,29
6	1.421875000	1;25,18,44
7	1.414062500	1;24,50,37
8	1.417968750	1;25, 4,41
9	1.416015625	1;24,57,39
10	1.415039063	1;24,54, 8
11	1.414550781	1;24,52,22
12	1.414306641	1;24,51,30
13	1.414184570	1;24,51, 3
14	1.414245605	1;24,51,17
15	1.414215088	1;24,51,10
16	1.414199829	1;24,51, 7
17	1.414207458	1;24,51, 8
18	1.414211273	1;24,51, 9
19	1.414213181	1;24,51,10

كان للبابليين إدراك لمعنى الأس الموجب سواء كان صحيحًا أو كسرًا.. فمن جداولهم أيضًا ما يشير إلى أنهم قاموا بالحسابات التالية:

$$(16)^{\frac{1}{4}} = 2$$

$$(16)^{\frac{1}{2}} = 4$$

$$(16)^{\frac{3}{4}} = 8$$

$$(16)^{\frac{5}{4}} = 32$$

$$(16)^{\frac{3}{2}} = 64$$

$$(16)^{1} = 16$$